

# Review pada Estimasi Spektral Daya pada Kawasan Frekuensi dan Arah Kedatangan Isyarat berbasis Pencuplikan Terkompresi

Hasbi N. P. Wisudawan, Dyonisius Dony Ariananda, Risanuri Hidayat

Departemen Teknik Elektro dan Teknologi Informasi  
Fakultas Teknik, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta  
hasby.nur@gmail.com, dyonisius.dony@ugm.ac.id, risanuri@ugm.ac.id

**Abstract** – Joint estimation of direction of arrival (DoA) and frequency or power spectral density (PSD) has been a popular research topic with regards to wideband power spectrum sensing applications. With the emergence of compressive sampling (CS) which is originally designed for time-frequency domain, the concept of sparse sensing (inspired by CS theory) is applied to array processing applications in order to reduce the number of antennas in the array and the connected receiver devices. Some methods for PSD, frequency, and DoA estimation might include some basic algorithms such as least-squares (LS), MUSIC, and ESPRIT and a particular array antenna configuration that might use or be built on top of fundamental topologies such as uniform linear array (ULA) or uniform rectangular array (URA). This paper provides a review on the existing works in the field of CS as well as PSD, frequency, and DOA estimation, and elaborates the connection between the aforementioned topics. This review has been a basis on our research in the field of joint DoA and PSD estimation based on compressive samples.

**Keywords** – Joint estimation; direction of arrival; power spectrum; spectrum sensing; antenna array

**Intisari** - Estimasi sudut kedatangan dan frekuensi atau spektral daya secara simultan telah menjadi topik riset yang populer dalam kaitannya dengan aplikasi penginderaan spektrum khususnya pada frekuensi pita-lebar. Seiring munculnya konsep pencuplikan terkompresi (compressive sampling, CS) yang awalnya didesain untuk kawasan waktu-frekuensi, konsep *sparse sensing* (yang diinspirasi oleh teori CS) diaplikasikan pada aplikasi pengolahan isyarat pada larik antena untuk meminimalkan kebutuhan akan perangkat antena maupun pesawat penerima yang terkoneksi pada antena tersebut. Metode estimasi yang dapat dipakai untuk estimasi spektral daya, frekuensi, dan sudut kedatangan isyarat dapat melibatkan penggunaan beberapa algoritme, seperti *least-squares* (LS), MUSIC, dan ESPRIT, maupun konfigurasi larik antena tertentu yang dapat berbasis pada topologi-topologi dasar seperti *uniform linear array* (ULA) atau *uniform rectangular array* (URA). Makalah ini mengulas berbagai riset yang telah dilakukan pada topik CS serta estimasi spektral daya, frekuensi, dan sudut kedatangan isyarat. Makalah ini juga mengulas koneksi antara topik-topik di atas yang hasilnya dapat menjadi basis bagi penelitian yang sedang dilakukan penulis pada topik estimasi DoA dan spektral daya secara simultan dengan berbasis sampel-sampel hasil pencuplikan terkompresi.

**Kata-kunci** - estimasi simultan; arah kedatangan; spektral daya; penginderaan spektrum; larik antena

## I. PENGINDERAAN SPEKTRUM DAN APLIKASI RADIO KOGNITIF

Meningkatnya jumlah pengguna aplikasi-aplikasi komunikasi nirkabel diikuti oleh penggunaan spektrum frekuensi yang semakin bertambah. Akibatnya, jumlah ketersediaan spektrum frekuensi terus menipis. Di lain pihak, spektrum frekuensi yang telah dialokasikan untuk pengguna berlisensi, banyak yang belum dimanfaatkan secara optimal [1]. Belum optimalnya utilisasi spektrum oleh pemilik lisensi di satu sisi dan semakin terbatasnya slot frekuensi yang dapat dialokasikan untuk aplikasi baru di sisi yang lain, menjadi pertimbangan tersendiri untuk menentukan metode yang dapat secara optimal memanfaatkan frekuensi yang ada. Teknik radio kognitif (*cognitive radio*) merupakan salah satu alternatif untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Teknik radio kognitif memberikan kesempatan kepada pengguna sekunder (*secondary user*, SU) untuk melakukan transmisi pada kanal frekuensi milik pengguna utama (*primary user*, PU) saat PU tidak aktif sehingga interferensi dapat dihindarkan. Dengan prinsip yang sama, kemampuan kognitif juga telah diterapkan pada teknologi radar yang selanjutnya disebut radar kognitif (*cognitive radar*) [1]. Bagian ini akan membahas estimasi spektral daya, arah kedatangan, dan parameter-parameter terkait dalam konteks aplikasi radio kognitif karena radio kognitif merupakan aplikasi yang secara langsung membutuhkan keberadaan proses estimasi terhadap parameter-parameter di atas.

Pada teknik radio kognitif, fasilitas penginderaan spektrum (*spectrum sensing*) harus dimiliki SU karena fasilitas ini akan membantu SU untuk mengetahui keberadaan frekuensi yang saat itu sedang tidak diduduki oleh PU pemilikinya. Bila SU menemukan frekuensi yang sedang tidak diduduki oleh PU maka SU dapat menggunakannya. Fasilitas penginderaan spektrum harus terus aktif sehingga SU dapat segera melepaskan frekuensi tersebut kembali bila PU pemilikinya telah aktif kembali. Dengan keberadaan fasilitas penginderaan spektrum, interferensi antara isyarat milik SU dengan isyarat milik PU dapat dihindarkan.

Pada umumnya, tujuan penginderaan spektrum pada aplikasi radio kognitif adalah untuk mencari tahu apakah suatu pita frekuensi sedang diduduki pengguna atau tidak. Meskipun demikian, keberadaan informasi lokasi dari pengguna yang menduduki pita frekuensi tersebut dapat meningkatkan efisiensi penggunaan spektrum. Bila suatu pita frekuensi diduduki oleh pengguna dan daya dari

isyarat yang dikirimkan oleh pengguna tersebut mengalami pelemahan yang cukup seiring dengan bertambahnya jarak dari lokasi pengguna di atas, maka pita frekuensi tersebut dapat dipakai lagi oleh pengguna lain di lokasi yang cukup jauh dari pengguna di atas dengan interferensi yang sangat minimal. Di samping itu, apabila suatu SU mengetahui arah kedatangan isyarat dari suatu PU yang menggunakan pita frekuensi tertentu, SU tersebut dapat mengirimkan isyarat pada pita frekuensi yang sama namun dengan arah yang sangat berbeda dengan arah kedatangan isyarat dari PU di atas dengan memanfaatkan teknik *beamforming*. Dengan demikian, teknik estimasi arah datang isyarat (*direction-of-arrival*, DOA) [2]-[5] secara teknis dapat dikombinasikan dengan teknik estimasi spektral daya ataupun spektral *cyclic* pada kawasan frekuensi (yang dibahas pada [7]-[9]) untuk menyusun fungsi penginderaan spektrum pada teknik radio kognitif. Teknik estimasi DOA biasanya dilakukan dengan melibatkan penggunaan larik antenna sebagai penerima isyarat yang dapat berupa *uniform linear array* (ULA), *uniform rectangular array* (URA), atau struktur larik antenna yang lain. Meskipun estimasi DOA dapat dipakai untuk mengindikasikan lokasi dari PU relatif terhadap SU, hasil estimasi ini tidak eksplisit memberikan informasi mengenai distribusi spektral daya pada koordinat spasial. Paper yang ditulis oleh Lavrenko [10] berargumen bahwa informasi mengenai koordinat spasial sangat penting dalam aplikasi radio kognitif guna mengetahui lokasi PU. Lavrenko [10] memperkenalkan pendekatan yang melibatkan beberapa sensor SU yang bekerja sama dalam mengestimasi frekuensi tengah dari isyarat yang diterima serta menggunakan informasi tentang korelasi dari isyarat yang diterima untuk mengestimasi waktu kedatangan (*time-of-arrival*, TOA). Beberapa informasi mengenai pendekatan terhadap geometri dari informasi lokasi yang dihasilkan TOA dapat ditemukan pada makalah oleh Caffrey [11]. Makalah yang dihasilkan Bazerque [12] memperkenalkan suatu peta spektral daya yang dikenal dengan *spectrum cartography*. Peta ini memberikan informasi mengenai distribusi spektral daya pada kawasan spasial dua dimensi (2D) dan kawasan frekuensi. Dengan demikian, informasi mengenai pita frekuensi yang tidak terduduki pada setiap lokasi tertentu dapat diketahui.

Berbagai metode telah diusulkan untuk melakukan proses estimasi terhadap parameter-parameter di atas baik berupa spektral daya, frekuensi, DoA, maupun ToA. Sebelum suatu pendekatan akan dipakai, perlu diketahui asumsi-asumsi yang dipakai oleh pendekatan tersebut. Proses estimasi spektral daya biasanya mengasumsikan bahwa isyarat yang diterima adalah isyarat *wide-sense stationary* (WSS) [7] dan bahkan menurut Stoica dan Moses [13], istilah spektral daya memang didefinisikan khusus untuk isyarat WSS. Dalam proses estimasi spektral daya, keberadaan efek pudaran (*fading*) sulit untuk diperhitungkan karena proses estimasi spektral daya biasanya dilakukan dengan berbasiskan pada isyarat yang diterima. Pada jaringan radio kognitif, keberadaan *fading* biasanya diatasi dengan proses penginderaan spektrum secara kooperatif yang dilakukan oleh beberapa sensor SU yang saling bekerja sama [14], [15] dengan asumsi bahwa *fading* yang dialami oleh sensor-sensor yang berbeda cenderung saling independen. Beberapa teknik estimasi

DoA [2], [3], [5], [16], umumnya menggunakan asumsi *narrowband* pada isyarat yang diterima. Asumsi ini menganggap bahwa tunda propagasi isyarat  $s(t)$  sama dengan pergeseran fase. Dalam asumsi ini berlaku  $s(t - \tau_n) \equiv s(t)e^{j\omega_c \tau_n}$  dengan  $\omega_c = 2\pi f_c$ ,  $f_c$  adalah frekuensi pembawa, dan  $\tau_n$  adalah pergeseran fase yang nilainya ditentukan oleh struktur larik antenna dan arah datang isyarat. Saat asumsi *narrowband* tidak bisa diaplikasikan karena isyarat yang diterima terdistribusi pada rentang frekuensi yang cukup lebar (*wideband*) maka estimasi DoA menjadi lebih kompleks. Pada situasi ini, tiap antenna yang menyusun larik antenna harus mampu beroperasi pada rentang frekuensi yang cukup lebar (*wideband*). Salah satu metode estimasi DoA, yang menerapkan asumsi *wideband* pada isyarat yang diterima, membagi pita frekuensi yang lebar (yang bisa dituliskan sebagai  $\Psi = \{f_{\min}, f_{\max}\}$ ) menjadi beberapa sub-pita (*sub-band*) dengan frekuensi tengah yang berbeda. Proses pembagian ini melibatkan penggunaan *discrete Fourier transform* (DFT) atau bank tapis (*filter bank*) [17]. Selain itu, jarak antar elemen pada larik antenna harus kurang dari  $0,5 \lambda_{\min}$  dengan  $\lambda_{\min} = c/f_{\max}$  [18] dan  $c$  adalah laju perambatan gelombang elektromagnet. Pendekatan untuk estimasi DoA dengan asumsi *wideband* pada dasarnya berbasiskan pada dua pendekatan utama yaitu pendekatan pemrosesan *wideband* tak koheren [19] dan pemrosesan *wideband* koheren [20].

Permasalahan yang berkaitan dengan lebarnya pita frekuensi dari isyarat yang diproses muncul dalam aplikasi radio kognitif. Karena SU perlu mencari sub-pita frekuensi yang tidak diduduki, lebar pita yang harus dipantau cenderung cukup lebar. Jika isyarat yang diproses SU ingin diolah dalam bentuk digital dan SU perlu memiliki kemampuan untuk merekonstruksi spektrum (yang diperoleh dengan melakukan transformasi Fourier pada isyarat yang diterima) maka isyarat tersebut harus dicuplik pada pesat Nyquist. Jika pita frekuensi dari isyarat sangat lebar maka nilai dari pesat Nyquist yang harus ditaati juga harus cukup tinggi. Pencuplikan isyarat dengan pesat pencuplikan yang sangat tinggi diyakini akan mengakibatkan konsumsi daya yang tinggi pula pada perangkat *analog-to-digital converter* (ADC) [21]. Teknik penginderaan spektrum yang berbasiskan pada rekonstruksi spektrum perlu mengatasi permasalahan ini dan solusi-solusi pun mulai bermunculan seiring dengan munculnya paradigma pencuplikan terkompresi (*compressive sampling*, CS) [22]. Solusi-solusi rekonstruksi spektrum berbasis CS yang dapat pula digunakan untuk penginderaan spektrum antara lain adalah metode yang ditawarkan oleh Mishali dan Eldar [6], [23], Tropp et al [24], [25], Laska et al [26], dan Zeng et al [27]. Di dalam CS, total pesat pencuplikan yang dihasilkan berada di bawah pesat Nyquist sehingga konsep CS ini sering pula disebut dengan pencuplikan sub-Nyquist. Untuk memastikan bahwa isyarat analog yang asli atau spektrum isyarat bisa direkonstruksi kembali dari sampel-sampel yang dihasilkan oleh proses CS, isyarat analog yang dicuplik harus memiliki representasi yang sifatnya *sparse* pada kawasan waktu atau pada kawasan frekuensi atau pada basis-basis yang lain. Perangkat yang digunakan untuk merealisasikan CS sering dikenal dengan *analog-to-information converter*, (AIC) [26], [28].

Meskipun CS memungkinkan spektrum atau isyarat analog untuk direkonstruksi kembali dari sampel-sampel digital hasil pencuplikan sub-Nyquist, beberapa aplikasi barangkali tidak memerlukan detail informasi mengenai spektrum atau isyarat analog yang asli. Proses penginderaan spektrum pada aplikasi radio kognitif pada dasarnya hanya memerlukan informasi tentang didudukinya suatu pita frekuensi sehingga SU cukup melakukan rekonstruksi spektral daya dan tidak perlu melakukan rekonstruksi isyarat analog yang asli. Dengan berbasiskan pada informasi spektral daya, SU bisa mengetahui apakah suatu pita frekuensi sedang diduduki oleh pengguna lain atau tidak [7]. Beberapa teknik rekonstruksi spektral daya yang berbasiskan pada sampel-sampel hasil proses pencuplikan berpesat sub-Nyquist dapat digunakan untuk aplikasi radio kognitif [7], [9].

Dalam konteks penginderaan spektrum pada aplikasi radio kognitif, kemampuan untuk melakukan estimasi terhadap beberapa parameter secara bersamaan cukup diperlukan untuk mengetahui pemakaian pita frekuensi secara lebih detail. Beberapa teknik estimasi yang dapat bermanfaat adalah teknik estimasi DoA pada arah asimut dan elevasi [29]-[32], estimasi DoA asimut dan frekuensi pembawa (*carrier*) [33]-[35], estimasi spektral daya pada kawasan frekuensi dan sudut asimut [7], estimasi DoA dan ToA [36]-[38], serta estimasi DoA asimut, DoA elevasi dan frekuensi pembawa [39]-[41]. Estimasi beberapa parameter secara bersamaan tersebut di atas bertujuan untuk mendapatkan informasi yang lebih lengkap mengenai sumber isyarat asal (PU pada aplikasi radio kognitif) yang pada akhirnya akan membantu efisiensi penggunaan pita frekuensi dengan tetap menjaga level interferensi minimal. Pada makalah ini, topik estimasi DoA dan spektral daya pada kawasan frekuensi secara bersamaan dan estimasi DoA dan frekuensi secara bersamaan akan dibahas pada Bagian III.

Ulasan secara komprehensif tentang penelitian penginderaan spektrum di radio kognitif dapat ditemukan pada paper milik Yucek *et.al.* [42], yang mengevaluasi metode penginderaan spektrum maupun teknologi yang telah menggunakan metode tersebut. Ulasan oleh Wang *et. al* mengenai penginderaan spektrum difokuskan pada pada teknik-teknik deteksi seperti deteksi energi, deteksi fitur, *matched filter*, dan deteksi koherensi [43]. Di samping diskusi mengenai teknis penginderaan spektrum, diskusi yang berkaitan dengan tantangan-tantangan yang perlu dipertimbangkan sebelum penerapan praktis seperti keberadaan *narrowband noise*, interferensi, cakupan frekuensi (*narrowband/wideband*) serta kompleksitas metode juga sangat dibutuhkan [44]. Isu yang berkaitan dengan penginderaan spektrum pita-lebar dibahas oleh Sun, *et.al* [45] yang secara khusus mengklasifikasikan metode-metode penginderaan spektrum pita lebar ke dalam kategori *Nyquist wideband sensing* maupun *Sub-Nyquist wideband sensing*. Pada kategori *Nyquist wideband sensing*, metode pemindaian kanal demi kanal atau metode yang menggunakan struktur *filter bank* [46] banyak dipakai. Kelemahan metode pemindaian kanal demi kanal adalah besarnya tunda waktu yang diperlukan untuk melakukan penginderaan terhadap keseluruhan pita lebar sedangkan struktur *filter bank* cenderung memerlukan jumlah tapis *bandpass* yang cukup banyak.

Alternatif lain yang dapat ditawarkan pada kategori *Nyquist wideband sensing* adalah dengan melakukan penginderaan secara langsung terhadap pita lebar namun sebagaimana telah sedikit dijelaskan, metode ini akan memerlukan ADC yang memiliki pesat pencuplikan Nyquist yang cukup tinggi. Keberadaan masalah-masalah di atas inilah yang kemudian mendorong munculnya metode-metode *wideband sensing* yang berbasiskan pada CS ataupun pencuplikan sub-Nyquist [47], [48].

Baik ulasan atau paper teknis yang telah disebutkan di atas belum memberikan ulasan secara mendetail mengenai teknik penginderaan atau proses estimasi terhadap beberapa dari parameter-parameter isyarat di atas (spektral daya pada ranah frekuensi dan/atau sudut, DoA (asimut dan/atau elevasi), maupun frekuensi) secara simultan. Makalah ini memberikan ulasan terkini berkaitan dengan teknik estimasi terhadap beberapa parameter tersebut di atas yang dilakukan secara simultan atau sekaligus. Titik berat pembahasan terutama diberikan pada metode-metode yang berbasiskan pada keberadaan kompresi pada ranah spasial dan waktu, algoritma yang digunakan, serta informasi peluang penelitian berikutnya.

## II. PENCUPLIKAN TERKOMPRESI

Seperti telah diutarakan pada Bagian I, metode pencuplikan CS merupakan alternatif solusi bagi tingginya pesat pencuplikan Nyquist [47], [49] yang harus dipenuhi (terutama dalam kaitannya dengan konsumsi daya oleh ADC) saat teknik penginderaan spektrum pita lebar bermaksud untuk merekonstruksi spektrum atau isyarat analog yang diterima. Proses CS secara matematis umumnya dituliskan sebagai

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (1)$$

dengan  $\mathbf{C}$  adalah matriks berukuran  $M \times N$  (dengan  $M < N$ ) serta  $\mathbf{x}$  dan  $\mathbf{y}$  berturut-turut adalah vektor berukuran  $N \times 1$  dan  $M \times 1$ , yang berturut-turut dituliskan sebagai  $\mathbf{x}=[x[0], x[1], \dots, x[N-1]]^T$  dan  $\mathbf{y}=[y[0], y[1], \dots, y[M-1]]^T$ , dengan  $[\cdot]^T$  mengindikasikan operasi *transpose* pada vektor atau matriks. Pada (1),  $\mathbf{x}$  merepresentasikan  $N$  sampel digital yang diperoleh dari pencuplikan berpesat Nyquist pada suatu isyarat analog  $x(t)$  sedangkan  $\mathbf{y}$  merepresentasikan bentuk kompresi dari  $\mathbf{x}$ . Yang perlu diperhatikan, dalam konsep CS,  $\mathbf{y}$  tidak diperoleh dari  $\mathbf{x}$ , karena CS menghindari dilakukannya pencuplikan pada pesat Nyquist. Dalam CS,  $\mathbf{y}$  diperoleh secara langsung dari isyarat analog  $x(t)$  dengan menggunakan perangkat AIC [26] sedangkan model pada (1) hanya digunakan untuk keperluan analisis teoritis saja. Fokus utama pada teori CS adalah bagaimana merekonstruksi sampel-sampel pada  $\mathbf{x}$  yang sejatinya diperoleh dari pencuplikan Nyquist (yang pada kenyataannya tidak pernah dilakukan) dari  $\mathbf{y}$ . Tanpa ada batasan atau *constraint* lebih lanjut, hal ini tidak mungkin dilakukan karena  $\mathbf{C}$  memiliki jumlah baris yang lebih banyak daripada jumlah kolom yang artinya ada tak terhingga solusi untuk  $\mathbf{x}$  yang memenuhi (1). Pada teori CS, ada dua alternatif *constraint* yang mungkin dikenakan pada  $\mathbf{x}$  untuk mendapatkan solusi  $\mathbf{x}$  yang unik, yaitu  $\mathbf{x}$  memiliki sifat *sparse* pada kawasan frekuensi atau pada basis-basis yang lain. Vektor  $\mathbf{x}$  dikatakan memiliki sifat *sparse* apabila mayoritas elemen pada  $\mathbf{x}$  bernilai nol atau mendekati nol (untuk kasus di mana mayoritas elemen pada  $\mathbf{x}$  bernilai mendekati nol, beberapa literatur

menyebut  $\mathbf{x}$  sebagai vektor yang sifatnya *compressible* alih-alih *sparse*). Dalam hal alternatif *constraint* yang kedua, (1) bisa dituliskan kembali sebagai

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{C}\boldsymbol{\psi}\mathbf{s} \quad (2)$$

dengan  $\mathbf{x}$  direpresentasikan sebagai  $\mathbf{x}=\boldsymbol{\psi}\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{s}$  adalah vektor berukuran  $N \times 1$  yang merupakan representasi  $\mathbf{x}$  pada basis yang diberikan oleh kolom-kolom  $\boldsymbol{\psi}$ , sedangkan  $\boldsymbol{\psi}$  adalah matriks berukuran  $N \times N$  dengan tiap-tiap kolom  $\boldsymbol{\psi}$  mengindikasikan vektor basis untuk basis yang dimaksud. Dalam hal alternatif kedua ini, yang memiliki sifat *sparse* atau *compressible* adalah  $\mathbf{s}$  alih-alih  $\mathbf{x}$ . Pada (2),  $\boldsymbol{\psi}$  bisa berupa matriks *inverse discrete Fourier transform* (IDFT) yang artinya  $\mathbf{s}$  merupakan representasi  $\mathbf{x}$  pada kawasan frekuensi. Metode-metode yang dipakai untuk melakukan rekonstruksi  $\mathbf{x}$  dari  $\mathbf{y}$  sering disebut dengan *sparse reconstruction method* yang dapat ditemukan pada berbagai publikasi [23], [24], [50], [51].

Agar proses *sparse reconstruction* bisa dilakukan, matriks  $\mathbf{C}$ , yang dalam hal ini sering disebut dengan matriks kompresi atau matriks pencuplikan, harus memenuhi kondisi yang sering dikenal dengan kriteria *restricted isometry property* (RIP) [52]. Sebagaimana telah dianalisis oleh Candes dan Tao [52], salah satu matriks yang memenuhi kriteria RIP ini adalah matriks Gaussian yang mana seluruh elemennya dibangkitkan secara acak menurut distribusi Gaussian. Walaupun matriks Gaussian memungkinkan direkonstruksinya  $\mathbf{x}$  dari  $\mathbf{y}$  pada (1), implementasi proses pencuplikan berbasis matriks Gaussian (pencuplikan Gaussian) tidaklah mudah. Beberapa publikasi mengusulkan implementasi proses pencuplikan yang berbasis pada matriks  $\mathbf{C}$  yang elemen-elemennya dibangkitkan secara random meskipun tidak harus berbasis distribusi Gaussian [25], [26]. Alternatif lain adalah menggunakan matriks  $\mathbf{C}$  yang berupa matriks seleksi yaitu matriks yang baris-barisnya diperoleh dengan memilih  $M$  baris dari matriks identitas  $\mathbf{I}_N$  yang berukuran  $N \times N$ . Dengan demikian, jika  $\mathbf{C}$  adalah matriks seleksi, maka tiap baris  $\mathbf{C}$  hanya mengandung nilai 1 pada salah satu elemen dan bernilai 0 pada elemen-elemen lainnya. Pencuplikan yang berbasis pada matriks seleksi dikenal dengan pencuplikan *multicoreset* atau baru-baru ini dikenal dengan pencuplikan *sparse* (*sparse sampling*) [53], [54]. Pencuplikan *multicoreset* pada umumnya tidak bisa melakukan rekonstruksi  $\mathbf{x}$  dari  $\mathbf{y}$  pada (1) karena matriks  $\mathbf{C}$  yang berupa matriks seleksi umumnya tidak memenuhi kriteria RIP. Oleh karena itu, apabila yang menjadi tujuan utama adalah rekonstruksi isyarat analog  $x(t)$  atau spektrum dari  $x(t)$  dari hasil pengukuran terkompresi  $\mathbf{y}$  pada (1), pencuplikan *multicoreset* hanya bisa dipakai jika lokasi elemen  $\mathbf{x}$  pada (1) (atau  $\mathbf{s}$  pada (2)) yang tidak bernilai 0 ataupun tidak bernilai mendekati nol diketahui [53].

Dari uraian di atas, bisa diringkaskan bahwa CS berbasis penggunaan matriks random sebagai matriks kompresi  $\mathbf{C}$  memberikan jaminan yang lebih besar dalam rekonstruksi  $\mathbf{x}$  dan  $\mathbf{s}$  pada (2) dari  $\mathbf{y}$  namun penggunaan matriks random dalam CS tidak mudah untuk direalisasikan di lapangan. Di lain pihak, CS berbasis penggunaan matriks *multicoreset* sebagai matriks kompresi tidak memberikan jaminan rekonstruksi  $\mathbf{x}$  dan  $\mathbf{s}$  dari  $\mathbf{y}$  pada (2) sebesar matriks random. Meskipun demikian, CS

berbasis matriks *multicoreset* lebih mudah untuk diimplementasikan. Apabila CS perlu untuk diterapkan pada suatu aplikasi namun aplikasi tersebut tidak mengharuskan direkonstruksinya isyarat analog yang asli maupun spektrumnya ataupun pada besaran-besaran lain yang tidak mengharuskan dipenuhinya kriteria RIP pada matriks  $\mathbf{C}$  maka CS berbasis matriks *multicoreset* bisa jadi lebih menjanjikan. Untuk memperjelas posisi kedua tipe CS satu terhadap yang lainnya, sub bagian-sub bagian berikut ini akan memberikan ulasan bagaimana CS diterapkan pada dua buah ranah (*domain*) pengolahan isyarat yaitu ranah spasial dan ranah waktu. Diskusi pada kedua ranah tersebut akan dikaitkan dengan aplikasi-aplikasi yang terkait dengan penginderaan spektrum pada radio kognitif.

#### A. Ranah Spasial (Spatial Domain)

Pemrosesan isyarat pada larik antenna (*array processing*) merupakan salah satu bentuk implementasi teori pengolahan isyarat pada ranah spasial. Pengolahan isyarat pada larik antenna sering dilakukan untuk keperluan *beamforming* atau *spatial filtering*. Tujuan dari *beamforming* pada larik antenna adalah mengatur agar transmisi maupun penerimaan isyarat oleh antenna bisa terkonsentrasi pada arah tertentu. Di samping itu, pemrosesan isyarat pada larik antenna juga berfungsi untuk menentukan arah kedatangan atau DoA dari isyarat yang diterima [16]-[20].

Implementasi CS yang berbasis pada matriks pencuplikan acak (random) pada ranah spasial untuk menentukan arah kedatangan isyarat pada larik antenna salah satunya diusulkan oleh Wang, et al [55]. Pada publikasi ini, penulis mengusulkan digunakannya  $N$  buah antenna dengan jarak antar antenna yang seragam pada larik antenna (*uniform linear array*, ULA) yang akan menerima isyarat pada ranah spasial. Keluaran  $N$  buah antenna ini kemudian akan diteruskan ke  $M$  buah perangkat *radio frequency* (RF) *front end* dengan  $M < N$ . Apabila kasus ini dikaitkan dengan model pada (1), maka  $\mathbf{x}$  di sini akan berisikan keluaran dari ke- $N$  buah antenna dengan  $x[n]$  berisi keluaran pada antenna  $n+1$  pada saat tertentu. Sebaliknya,  $\mathbf{y}$  akan berisikan nilai-nilai yang ada pada ke- $M$  buah perangkat RF *front end*. Implementasi CS berbasis pencuplikan random dilakukan dengan menggunakan  $M \times N$  perangkat *attenuator* atau  $M \times N$  perangkat *phase shifter*. *Attenuator* digunakan jika CS berbasis pada matriks pencuplikan  $\mathbf{C}$  (lihat (1) dan (2)) yang elemen-elemennya dibangkitkan menurut distribusi Gaussian sedangkan *phase shifter* dipakai apabila elemen matriks  $\mathbf{C}$  dibangkitkan menurut distribusi Bernoulli. Dengan demikian, perangkat-perangkat *attenuator* dan *phase-shifter* inilah yang akan mensimulasikan proses perkalian matriks  $\mathbf{C}$  dengan  $\mathbf{x}$  pada (1) walaupun pada tahap implementasi ini  $\mathbf{x}$  tidak tersedia karena pemrosesan dengan *attenuator* ataupun *phase-shifter* langsung dilakukan pada isyarat analog  $x(t)$  yang diterima oleh antenna-antenna pada ULA. Wang, et al [55] mengusulkan metode di atas untuk mengestimasi DoA pada ranah asimut. Pada kenyataannya, proses estimasi DoA tidak membutuhkan rekonstruksi isyarat analog yang asli dan hanya membutuhkan autokorelasi dari isyarat analog yang diterima. Untuk keperluan rekonstruksi autokorelasi dari

isyarat analog yang asli, kriteria RIP pada matriks  $\mathbf{C}$  pada (1) tidak harus terpenuhi. Oleh karena itu,  $\mathbf{C}$  pada (1) tidak harus berupa matriks random dan penggunaan *attenuator* atau *phase-shifter* untuk mensimulasikan perkalian matriks  $\mathbf{C}$  dengan vektor yang mengikutinya bisa digantikan dengan pendekatan yang lebih sederhana.

Jika  $S$  mengindikasikan jumlah sumber yang DoA-nya akan dideteksi melalui pengolahan isyarat pada larik antena, maka perlu diketahui bahwa, tanpa proses kompresi yang dilakukan Wang, et al [55], estimasi DoA asimut yang berbasis pada ULA umumnya akan membutuhkan  $N$  buah antena yang masing-masing terkoneksi dengan perangkat RF *front end* untuk dapat mendeteksi keberadaan hingga maksimal  $S = N-1$  sumber yang tidak saling berkorelasi. Jumlah maksimal sumber isyarat yang mampu diestimasi oleh larik antena dalam beberapa literatur sering diindikasikan dengan derajat kebebasan (*degree-of-freedom*, DoF)[3][5]. Penggunaan CS oleh Wang, et al [55] dapat mengurangi kebutuhan RF *front end* dari  $N$  menjadi  $M$  dengan tetap mempertahankan DoF. Metode-metode lain yang berbeda dengan Wang, et al [55] tetapi memiliki tujuan serupa adalah pendekatan *minimum redundancy array* (MRA) [56], *sparse ruler array* [2], *nested array* [3], dan *coprime array* [5]. Pada dasarnya, keempat metode ini mengasumsikan bahwa  $S$  sumber yang DoA-nya pada ranah asimut akan diestimasi merupakan sumber-sumber stationer yang tidak saling berkorelasi. Untuk lebih memahami konsekuensi asumsi ini akan diberikan model isyarat pada larik ULA berikut ini. Jika digunakan ULA dengan  $N$  antena dengan  $\mathbf{x}(t)=[x_0(t), x_1(t), \dots, x_{N-1}(t)]^T$  adalah vektor berukuran  $N \times 1$  yang menampung isyarat yang diterima pada ke- $N$  buah antena saat waktu  $t$  dan terdapat  $K$  buah sumber dengan  $s_k(t)$  adalah isyarat pada sumber  $k+1$  saat waktu  $t$ , maka kaitan antara  $\mathbf{x}(t)$  dan  $s_k(t)$  bisa dituliskan sebagai [2]:

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{a}(\theta_k) s_k(t) + \mathbf{w}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{w}(t) \quad (3)$$

dengan  $\theta_k$  adalah sudut kedatangan sumber  $k+1$ ,  $\mathbf{w}(t)$  adalah vektor berukuran  $N \times 1$  yang berisikan derau pada ke- $N$  buah antena,  $\mathbf{s}(t)$  diberikan oleh  $\mathbf{s}(t) = [s_0(t), s_1(t), \dots, s_{K-1}(t)]^T$ ,  $\mathbf{a}(\theta_k)$  adalah vektor tanggapan larik pada sudut  $\theta_k$  yang diberikan oleh  $\mathbf{a}(\theta_k)=[1, \varphi_k, \varphi_k^2, \dots, \varphi_k^{N-1}]^T$  dengan  $\varphi_k = \exp(j2\pi d \sin(\theta_k)/\lambda)$ ,  $d$  adalah jarak antar antena,  $\lambda$  panjang gelombang isyarat, serta  $\mathbf{A}=[\mathbf{a}(\theta_0), \mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_{K-1})]^T$  adalah matriks tanggapan larik berukuran  $N \times K$ . Matriks korelasi pada ranah spasial untuk  $\mathbf{x}(t)$  dan  $\mathbf{s}(t)$  yang stationer pada (3) diberikan oleh

$$\mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^H] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H \quad (4)$$

dengan  $(\cdot)^H$  mengindikasikan operasi konjugat *transpose* dan  $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}(t)^H]$  adalah matriks korelasi dari  $\mathbf{s}(t)$  yang mengindikasikan korelasi antar sumber. Jika sumber  $s_k(t)$  untuk  $k=0, 1, \dots, K-1$ , tidak saling berkorelasi, maka matriks  $\mathbf{R}_s$  akan berupa matriks diagonal dan konsekuensinya,  $\mathbf{R}_x$  akan berupa matriks yang memiliki struktur Toeplitz. Dengan kata lain, informasi yang terkandung dalam  $\mathbf{R}_x$  akan berlebihan (*redundant*) karena beberapa elemennya bernilai sama. Secara teoritis untuk matriks  $\mathbf{R}_x$  berukuran  $N \times N$ , hanya ada  $2N-1$  elemen  $\mathbf{R}_x$  yang nilainya unik [2][3][5]. Dengan demikian,  $N^2$  elemen  $\mathbf{R}_x$  yang redundan dapat dipadatkan ke dalam vektor  $\mathbf{r}_x$  berukuran  $(2N-1) \times 1$  dengan relasi antara  $\mathbf{R}_x$  dan  $\mathbf{r}_x$

diberikan oleh  $\text{vec}(\mathbf{R}_x) = \mathbf{T}\mathbf{r}_x$  dengan  $\text{vec}(\cdot)$  adalah operasi yang menumpuk seluruh kolom suatu matriks berukuran  $N \times N$  ke dalam suatu vektor yang berukuran  $N^2 \times 1$  sedangkan  $\mathbf{T}$  adalah matriks perulangan yang mengulang tiap elemen  $\mathbf{r}_x$  ke dalam  $\text{vec}(\mathbf{R}_x)$  menurut pola perulangan tertentu [7]. Keempat metode di atas, yaitu MRA [56], *sparse ruler array* [2], *nested array* [3], dan *coprime array* [5], pada dasarnya memanfaatkan kenyataan bahwa  $\mathbf{R}_x$  adalah matriks diagonal dan  $\mathbf{R}_x$  mengandung informasi yang sifatnya berlebihan (*redundant*). Keempat pendekatan tersebut pada prinsipnya menggunakan ULA dengan  $N$  buah antena sebagai larik dasarnya namun pada akhirnya hanya memilih  $M$  ( $M < N$ ) antena untuk digunakan. Dengan kata lain, mirip dengan (1), keempat pendekatan ini juga melakukan kompresi yang dapat dituliskan sebagai

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (5)$$

dengan  $\mathbf{x}(t)$  diberikan oleh (3). Di sini, matriks  $\mathbf{C}$  adalah matriks seleksi yang dibangkitkan dengan memilih  $M$  baris dari matriks identitas  $\mathbf{I}_N$ . Yang membedakan keempat pendekatan di atas adalah nilai dari  $M$  yang dapat diperoleh dan baris-baris  $\mathbf{I}_N$  yang dipilih untuk menyusun  $\mathbf{C}$ . Dengan hanya digunakannya  $M$  antena dari  $N$  antena yang ada pada ULA oleh keempat metode di atas awalnya tentu akan mengakibatkan penurunan derajat kebebasan atau DoF. Meskipun demikian, eksploitasi struktur matriks diagonal pada  $\mathbf{R}_s$  atau struktur Toeplitz pada  $\mathbf{R}_x$  pada keempat metode tersebut akan mengembalikannya DoF ke nilai semula. Akibatnya, meskipun jumlah antena yang digunakan oleh keempat metode di atas hanyalah  $M < N$  tetapi jumlah sumber yang dapat diestimasi nilai DoA-nya tetap sebesar  $N-1$ . Untuk lebih jelasnya, matriks korelasi dari  $\mathbf{y}(t)$  pada (5) dapat dihitung menurut

$$\mathbf{R}_y = E[\mathbf{y}(t)\mathbf{y}(t)^H] = \mathbf{C}\mathbf{R}_x\mathbf{C}^H \quad (6)$$

dengan  $\mathbf{R}_y$  berukuran  $M \times M$ . Dengan memanfaatkan fakta bahwa  $\mathbf{R}_x$  adalah matriks Toeplitz yang elemen-elemennya dapat dipadatkan ke dalam vektor  $\mathbf{r}_x$  berukuran  $(2N-1) \times 1$  maka (6) dapat dituliskan sebagai [7]

$$\text{vec}(\mathbf{R}_y) = (\mathbf{C}^* \otimes \mathbf{C})\text{vec}(\mathbf{R}_x) = (\mathbf{C}^* \otimes \mathbf{C})\mathbf{T}\mathbf{r}_x \quad (7)$$

dengan  $(\cdot)^*$  mengindikasikan operasi konjugat dan  $\otimes$  adalah operasi produk Kronecker. Tampak bahwa  $\text{vec}(\mathbf{R}_y)$  adalah matriks berukuran  $M^2 \times 1$  yang artinya sangat dimungkinkan sekali untuk merekonstruksi  $\mathbf{r}_x$  dari  $\text{vec}(\mathbf{R}_y)$  selama  $M^2 \geq 2N-1$  dan matriks  $\Phi = (\mathbf{C}^* \otimes \mathbf{C})\mathbf{T}$  memiliki kondisi *full column rank*. Perlu dicatat bahwa walaupun  $M < N$ , sangat dimungkinkan untuk mendapatkan  $M^2 \geq 2N-1$ . Setelah proses rekonstruksi  $\mathbf{r}_x$  dari  $\text{vec}(\mathbf{R}_y)$  yang dapat dilakukan dengan metode *least-squares* (LS)[7],  $\mathbf{R}_x$  kemudian dapat direkonstruksi dari  $\mathbf{r}_x$  melalui relasi  $\text{vec}(\mathbf{R}_x) = \mathbf{T}\mathbf{r}_x$ . Dengan demikian, tantangan yang dihadapi adalah bagaimana menentukan baris-baris  $\mathbf{I}_N$  yang harus dipilih untuk membentuk  $\mathbf{C}$ . Keempat pendekatan di atas memiliki prosedur yang berbeda dalam hal menentukan baris-baris  $\mathbf{I}_N$  yang digunakan untuk mengkonstruksi  $\mathbf{C}$  dan penggunaan nama MRA [56], *sparse ruler array* (SRA) [2], *nested array* [3], dan *coprime array* [5], sebenarnya terkait dengan prosedur pemilihan baris-baris  $\mathbf{I}_N$  tersebut. Meskipun baris-baris yang dipilih pada keempat metode di atas berbeda-beda, matriks  $\Phi$  yang diperoleh selalu memenuhi kondisi *full*

*column rank*. Perlu diketahui bahwa proses estimasi DoA pada keempat pendekatan di atas tidak seluruhnya merekonstruksi vektor  $\mathbf{r}_x$  dari  $\mathbf{R}_y$  pada (7) dengan menggunakan LS dan kemudian merekonstruksi  $\mathbf{R}_x$  dari  $\mathbf{r}_x$ . Meskipun demikian, kondisi yang harus dipenuhi untuk melakukan proses estimasi DoA adalah sama yaitu terpenuhinya kondisi *full column rank* pada matriks  $\Phi$ . Ilustrasi perbandingan antara SRA, *nested array* tingkat-2, dan *coprime array* diperlihatkan oleh Tabel I. Jenis *nested array* yang diilustrasikan pada Tabel I adalah *nested array* tingkat-2 untuk kemudahan ilustrasi.

TABEL I. PERBANDINGAN ANTARA SPARSE RULER ARRAY, NESTED ARRAY, DAN COPRIME ARRAY

Jenis larik	Jumlah antenna yang dipakai ULA yang menjadi larik dasar	Jumlah antenna yang benar-benar dipakai oleh larik dimaksud	Jumlah maksimum DoA yang dapat diestimasi	Rasio kompresi spasial
<i>Sparse ruler array</i>	Sembarang nilai $N$	$K$ (konsep <i>sparse ruler</i> dipakai untuk memilih $K$ antenna dari $N$ antenna yang disediakan oleh ULA (larik dasar))	$N-1$	$K/N$
<i>Nested array</i> tingkat-2	Sembarang nilai $N$	$M = M_1 + M_2$ dengan hubungan antara $N$ dan $M$ diberikan oleh $N = M_2(M_1 + 1)$	$N-1$	$M/N$
<i>Coprime array</i>	Sembarang nilai $N$	$M = M_2 + 2M_1 - 1$ , dengan relasi antara $M$ dan $N$ diberikan oleh $N = 2M_1M_2$	$M_1M_2$	$M/N$

Bila diketahui ULA dengan  $N$  buah antenna digunakan sebagai larik dasar, maka pada pendekatan *coprime array* [5], proses kompresi pada ranah spasial dilakukan dengan menggunakan dua buah ULA alih-alih ULA dasar tersebut. Di sini, ULA yang pertama memiliki  $2M_1 - 1$  buah antenna dengan jarak antar antenna adalah  $M_2$  kali lipat jarak antenna pada ULA dasar sedangkan ULA kedua memiliki  $M_2$  buah antenna dengan jarak antar antenna adalah  $M_1$  kali lipat jarak antenna pada ULA dasar. Pada pendekatan *coprime array* ini,  $M_1$  dan  $M_2$  harus merupakan bilangan bulat yang saling *coprime*. Informasi lebih lanjut mengenai pendekatan *coprime array* dapat ditemukan pada publikasi oleh Pal dan Vaidyanathan [5]. Jika diasumsikan ULA dasar yang sama, pendekatan *nested array* tingkat-2 [3] juga menggunakan dua buah ULA alih-alih penggunaan ULA dasar tersebut. ULA yang pertama (yang dikenal sebagai *inner array*) terdiri atas  $M_1$  antenna dengan jarak antar antenna sama dengan jarak antar antenna pada ULA dasar. ULA kedua (yang dikenal sebagai *outer array*) terdiri atas  $M_2$  antenna dengan jarak antar antenna sama dengan  $(M_1 + 1)$  kali jarak antar antenna pada ULA dasar. Informasi lebih lanjut mengenai pendekatan *nested array* dapat ditemukan pada publikasi oleh Pal dan Vaidyanathan [3]. Pada pendekatan SRA [2], tidak semua  $N$  buah antenna yang ada pada ULA dasar

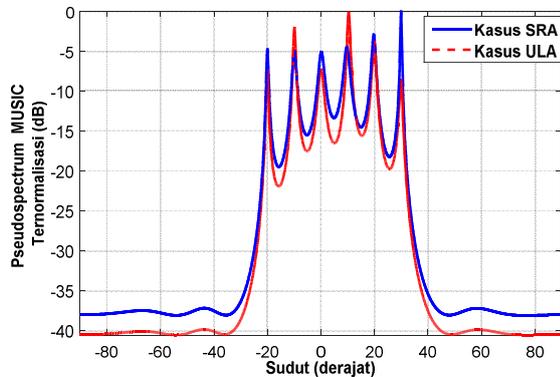
akan dipakai. Pendekatan SRA hanya memilih  $K$  buah antenna dengan  $K < N$  di mana  $K$  buah antenna ini dipilih dengan mengacu pada konsep *sparse ruler*. Informasi detail mengenai konsep *sparse ruler* dapat ditemukan pada beberapa publikasi [2][57]. Karena hanya  $K$  antenna dari  $N$  antenna pada ULA dasar yang dipakai untuk menyusun SRA, jarak antenna pada SRA pada umumnya tidak seragam sehingga SRA ini bisa dipandang pula sebagai *non-uniform linear array* (NULA).

Baik MRA, SRA, *nested array*, maupun *coprime array* sering dikategorikan dengan nama larik *sparse*, karena larik-larik tersebut dapat diperoleh dengan menonaktifkan beberapa antenna yang ada pada ULA yang menjadi larik dasar dan yang memiliki antenna cukup banyak serta jaraknya seragam hingga menghasilkan larik baru yang jumlah antenanya lebih sedikit dengan jarak tidak seragam. Larik-larik *sparse* ini banyak dimanfaatkan untuk aplikasi radio kognitif [7], radar [58], [59], dan aplikasi *multiple-input multiple-output* (MIMO) [60]. Metode-metode larik *sparse* ini menawarkan pendekatan yang tidak sekompleks metode oleh Wang et al [55]. Di samping itu, metode ini tidak hanya sekedar mengurangi jumlah kebutuhan akan RF *front end* tetapi juga jumlah antenna yang dibutuhkan.

Perlu dicatat bahwa penggunaan larik *sparse* yang memiliki jumlah antenna jauh lebih sedikit dari pada ULA yang menjadi larik dasarnya tentunya akan mengurangi kualitas dari estimasi DoA yang dihasilkan. Hal ini karena matriks  $\mathbf{R}_x$  pada (4) pada kenyataannya harus didekati dengan  $\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{T} \sum_{\tau=0}^{T-1} \mathbf{x}[\tau] \mathbf{x}[\tau]^H$  dengan  $\mathbf{x}[\tau]$  adalah representasi digital dari  $\mathbf{x}(t)$  dan  $T$  adalah total jumlah sampel di kawasan waktu. Dengan demikian,  $\hat{\mathbf{R}}_x$  hanya akan memiliki struktur Toeplitz jika  $T$  mencapai  $\infty$ . Pengurangan kualitas estimasi DoA ini secara teoritis tidak mengurangi jumlah DoA yang bisa diidentifikasi. Tabel I mengilustrasikan bahwa, pada SRA dan *nested-array*, jumlah DoA yang dapat diestimasi adalah  $N-1$  atau sama dengan jumlah DoA yang bisa diestimasi oleh ULA yang menjadi larik dasarnya. Resolusi dari sudut estimasi yang dihasilkan umumnya tidak terlalu bergantung pada jumlah antenna pada larik *sparse* saja, tetapi lebih kepada algoritme estimasi yang dipakai dan juga *aperture* dari larik *sparse* tersebut yang diberikan oleh jarak antara sepasang antenna yang letaknya paling berjauhan. Jenis-jenis algoritme yang dapat diimplementasikan untuk mengestimasi DoA dengan beberapa pendekatan di atas cukup beragam mulai dengan algoritma dengan tingkat kompleksitas rendah dan resolusi sudut yang rendah seperti LS (*least-square*) [2] dan *classical beamforming* [61] hingga algoritma dengan tingkat kompleksitas tinggi dan resolusi sudut yang tinggi seperti metode-metode berbasis *subspace* yaitu *multiple signal classification* (MUSIC) [16] dan *estimating signal parameters via rotational invariance technique* (ESPRIT) [61]. Kedua metode berbasis *subspace* ini berbasiskan dekomposisi *eigenvalue* pada matriks korelasi spasial yang dihasilkan.

Gbr 1 memperlihatkan contoh perbandingan antara hasil estimasi enam buah DoA asimut dengan menggunakan ULA yang memiliki 10 antenna dan SRA yang memiliki 5 antenna. Pada contoh ini SRA diperoleh dengan menonaktifkan antenna keempat, kelima, keenam,

kedelapan, dan kesembilan pada ULA. Keputusan dalam menentukan antenna mana yang dinonaktifkan mengacu pada konsep *sparse ruler* [57]. Tampak pada Gbr 1 bahwa kualitas hasil estimasi dengan menggunakan SRA tidak jauh berbeda dengan kualitas yang dihasilkan saat ULA digunakan meski jumlah antenna pada SRA hanya separuh dari jumlah antenna pada ULA.



Gbr 1. Perbandingan estimasi enam sudut DOA asimut (kasus DoA 1 dimensi) dengan a) kasus ULA dengan  $N=10$  antenna ULA dan b) Kasus SRA dengan 5 antenna. Sudut-sudut asimut memiliki nilai  $-20^{\circ}$ ,  $-10^{\circ}$ ,  $0^{\circ}$ ,  $10^{\circ}$ ,  $20^{\circ}$ ,  $30^{\circ}$ . Nilai *Signal to Noise Ratio*(SNR) adalah 0dB dan jumlah sampel per antenna yang diambil adalah  $T=1000$  sampel

Larik antenna berdimensi satu seperti ULA maupun versi terkompresinya seperti SRA, *coprime array*, dan *nested-array* umumnya dipakai untuk mengestimasi DoA pada ranah asimut saja. Untuk melakukan estimasi DoA pada dua ranah yaitu asimut dan elevasi, umumnya diperlukan larik antenna berdimensi dua seperti larik antenna persegi panjang seragam (*uniform rectangular array*, URA) dan larik antenna melingkar seragam (*uniform circular array*, UCA) [61]. Kompresi pada ranah spasial atau konsep larik *sparse* bisa pula diterapkan pada larik antenna berdimensi dua dan digunakan untuk estimasi DoA asimut dan elevasi. Penerapan konsep larik *sparse* pada URA dengan mengikuti konsep *sparse ruler* menghasilkan larik yang disebut dengan *sparse rectangular array* (SpRA) [29]. Implementasi konsep larik *sparse* pada URA bisa pula mengikuti model *nested-array* [62][63] ataupun *coprime array* [64].

Usaha perbaikan juga telah dilakukan pada larik *sparse* yang sudah ada. Pengaruh *mutual coupling* yang tinggi pada *nested-array* secara bertahap diperbaiki dengan mengusulkan struktur antenna baru yakni *super nested-array* [65]. Di samping itu, *nested minimum redundancy array* (NMRA), salah satu model dari *generalized nested subarray* (GNSA) [66], juga diusulkan untuk memperbaiki kekurangan yang ada pada tiga jenis larik *sparse* yang sudah ada yaitu MRA, *nested-array*, dan *coprime array*. Berkenaan dengan larik *sparse* yang sudah ada yaitu SRA, *coprime-array*, dan *nested-array*, penelitian oleh Wang, et al [67] menunjukkan bahwa, SRA memiliki derajat kebebasan yang paling besar, lebih banyak sudut yang diestimasi, jika dibandingkan dengan *nested-array* dan *coprime array*

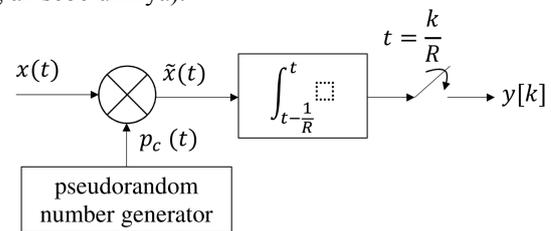
apabila ketiga larik *sparse* ini menggunakan jumlah antenna yang sama.

Pada sub-bagian ini dapat dikemukakan beberapa topik yang masih berpeluang untuk diteliti di antaranya

- Pengujian secara komprehensif penerapan kompresi spasial untuk kasus SRA, *nested*, dan *coprime array* pada struktur dasar ULA, URA, dan UCA
- Persamaan matematis berkaitan dengan kemampuan estimasi pada struktur antenna dasar yang dikompresi menggunakan konsep *sparse ruler*.

## B. Ranah Waktu (Time Domain)

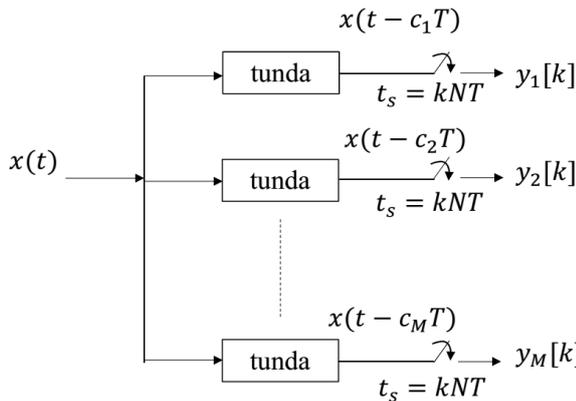
Kompresi di ranah waktu bertujuan agar pencuplikan isyarat di bawah pesat Nyquist (sub-Nyquist) dapat dilakukan sesuai dengan kriteria pesat (*rate*) minimum yang disyaratkan Landau [68]. Pencuplikan Sub-Nyquist secara umum dilakukan untuk mengurangi beban ADC sebagaimana yang telah dikemukakan di bagian-bagian sebelumnya. Teknik akuisisi sampel yang sering digunakan pada pencuplikan sub-Nyquist (terutama pada kasus di mana isyarat merupakan isyarat dengan pita frekuensi lebar (*wideband*) ada beberapa macam dan tiga metode di antaranya cukup populer yaitu *random demodulator* (RD) [25], pencuplikan *multicoset* (*multicoset sampling*, MSC) [53] dan *modulated wideband converter* (MWC) [23]. Masing-masing teknik memiliki keunggulan dan kekurangan bergantung pada informasi apa yang ingin direkonstruksi dari sampel digital yang dihasilkan (sebagaimana telah disinggung di bagian sebelumnya).



Gbr 2. Diagram blok *random generator* [25]

*Random demodulator* (RD) pada Gbr 2 mengusung konsep bahwa demodulasi lebih mudah dilakukan daripada pencuplikan (*sampling*). RD terdiri atas beberapa komponen yaitu pembangkit bilangan acak (*pseudorandom*), *mixer*, akumulator, dan sebuah pencuplik yang mana komponen-komponen ini mendukung tiga proses utama yaitu demodulasi, penapisan frekuensi rendah (*low pass filtering*) dan pencuplikan dengan pesat rendah [25]. Pembangkit *pseudorandom* menghasilkan runtun *chipping* (*chipping sequence*),  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \dots$  di mana tiap-tiap  $\gamma_k$  secara acak dapat bernilai +1 atau -1 dengan peluang yang sama [25]. Runtun ini menghasilkan isyarat demodulasi waktu-kontinu  $p_c(t) = \gamma_k$  untuk  $t \in [k/f_{\text{Nyquist}}, (k+1)/f_{\text{Nyquist}}]$ , dengan  $k = 0, 1, 2, \dots, f_{\text{Nyquist}}-1$  [25]. Keluaran *mixer* adalah hasil proses demodulasi yang berupa isyarat  $\tilde{x}(t) = x(t)p_c(t)$  untuk  $t \in [0,1)$  [25]. Proses berikutnya adalah penapisan pelewat frekuensi rendah yang direalisasikan dengan akumulator yang akan menjumlahkan isyarat hasil demodulasi  $\tilde{x}(t)$  selama  $1/R$

detik (lihat Gbr 2) [25]. Hasil penapisan ini kemudian akan dicuplik setiap  $1/R$  detik untuk menghasilkan sampel-sampel  $y[k]$ . Hal yang penting untuk diperhatikan adalah bahwa proses pencuplikan pada akhir RD memiliki pesat pencuplikan  $R$  yang nilainya di bawah pesat Nyquist ( $R \ll f_{Nyquist}$ ). Di ranah perangkat keras, RD diterapkan dengan *random-modulation pre-integrator* (RMPI) yang memanfaatkan kanal RD secara paralel. Purwa-rupa perangkat ini diimplementasikan pada *complementary metal oxide semiconductor* (CMOS) 90 nm [69].



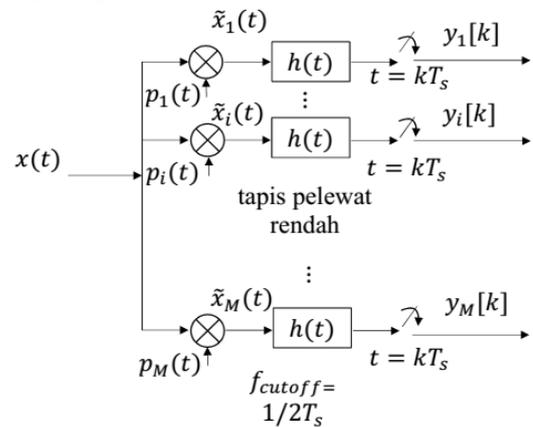
Gbr 3. Pencuplikan *multi-coset* yang pesat totalnya menghasilkan pesat sub-Nyquist

Teknik pencuplikan sub-Nyquist yang lain adalah teknik *multi-coset* yang ditunjukkan pada Gbr 3 [6], [53]. Untuk memahami gambar ini perlu diketahui bahwa notasi  $x[n]=x(nT)$  sering dipakai untuk menggambarkan hasil pencuplikan isyarat  $x(t)$  pada pesat Nyquist dengan  $T$  adalah periode pencuplikan Nyquist ( $f_{Nyquist}=1/T$ ). Teknik pencuplikan *multi-coset* dilakukan dengan menyusun  $M$  sampler secara paralel dengan sampler ke- $i$  mengalami penundaan sebesar  $c_i T$ , dengan  $i = 1, 2, \dots, M$  dan  $c_i$  adalah bilangan bulat yang memenuhi  $0 \leq c_i \leq N-1$ . Sampel-sampel multicoset terdiri atas  $M$  runtun diskrit yang masing-masing adalah hasil pencuplikan seragam dengan pesat  $1/NT$ . Tiap-tiap cabang ini disebut dengan *coset* dan keluaran *coset* ke- $i$  dituliskan sebagai

$$y_i[k] = x(kNT + c_i T), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

Jika model *multi-coset* akan digunakan untuk merealisasikan pencuplikan dengan pesat total di bawah pesat Nyquist (kompresi di ranah waktu) maka jumlah *coset* yang digunakan adalah  $M < N$ . Dengan demikian, total pesat pencuplikan menurut model pada Gbr 3 menjadi  $M/NT < 1/T$ . Proses pencuplikan *multi-coset* ini bisa dikaitkan dengan persamaan (1) dengan mengoleksi  $y_i[k]$  ke dalam vektor berukuran  $M \times 1$   $\mathbf{y}[k] = [y_1[k], y_2[k], \dots, y_M[k]]^T$ . Di lain pihak, bila diandaikan bahwa isyarat  $x(t)$  pada Gbr 3 dicuplik pada pesat Nyquist yang menghasilkan  $x[0], x[1], x[2], \dots$  maka sampel-sampel Nyquist ini dapat dikoleksi dalam vektor-vektor  $\mathbf{x}[k] = [x[kN], x[kN+1], \dots, x[(k+1)N-1]]^T$  berukuran  $N \times 1$ . Mirip dengan (1),  $\mathbf{x}[k]$  bisa direlasikan dengan  $\mathbf{y}[k]$  sebagai  $\mathbf{y}[k]=\mathbf{C}\mathbf{x}[k]$ , dengan matriks  $\mathbf{C}$  berukuran  $M \times N$  di mana  $\mathbf{C}$  adalah matriks seleksi yang baris-barisnya dipilih dari baris-baris  $\mathbf{I}_N$ . Baris-baris  $\mathbf{I}_N$  yang diambil untuk

menyusun  $\mathbf{C}$  ditentukan oleh nilai  $c_1, c_2, \dots, c_M$ . Bila hasil pencuplikan yang diperoleh digunakan untuk merekonstruksi spektral daya dari  $x(t)$  alih-alih  $x(t)$  sendiri dengan asumsi bahwa  $x(t)$  adalah isyarat stasioner maka yang menjadi fokus utama adalah matriks korelasi dari  $\mathbf{x}[k]$  dan  $\mathbf{y}[k]$ , berturut-turut adalah  $\mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}[k] \mathbf{x}[k]^H]$  dan  $\mathbf{R}_y = E[\mathbf{y}[k] \mathbf{y}[k]^H]$  [7]. Dengan demikian, hubungan antara  $\mathbf{R}_x$  dan  $\mathbf{R}_y$  bisa dituliskan sebagai  $\mathbf{R}_y = \mathbf{C}\mathbf{R}_x\mathbf{C}^H$ . Perhatikan bahwa bentuk ini serupa dengan persamaan (6) pada diskusi untuk ranah spasial. Sebagaimana pada kasus untuk ranah spasial,  $\mathbf{R}_x$  di sini pun memiliki struktur Toeplitz karena  $x(t)$  adalah isyarat stationer. Dengan demikian, pada kasus ini, matriks korelasi  $\mathbf{R}_x$  bisa direkonstruksi dari  $\mathbf{R}_y$  dengan mengikuti prosedur yang didiskusikan pada bagian II.A [7]. Kemudian spektral daya dari  $x(t)$  bisa diperoleh dengan melakukan transformasi Fourier terhadap autokorelasi dari  $x(t)$  yang telah direkonstruksi. Perlu dicatat bahwa desain untai penunda (*delayed circuit*) berakurasi tinggi pada tiap pencuplik (*sampler*) menjadi pertimbangan utama dalam desain perangkat keras untuk teknik *multi-coset* ini.



Gbr 4. Struktur *modulated wideband converter* [23]

Metode yang ketiga adalah *modulated wideband converter* (MWC) seperti ditunjukkan pada Gbr. 4 [23]. Pada metode ini, isyarat analog  $x(t)$  dilewatkan ke  $M$  cabang kanal secara bersamaan (tanpa tunda). Pada cabang ke- $i$ , isyarat analog  $x(t)$  akan dimodulasi oleh isyarat periodik  $p_i(t)$  dengan periode  $T_{p_i}$  untuk  $i=1, 2, \dots, m$  [23]. Isyarat keluaran yang dihasilkan yaitu  $\tilde{x}_i(t)$  lalu dilewatkan melalui tapis pelewat frekuensi rendah (*lowpass filter*) dengan frekuensi *cut-off* sebesar  $f_{cut-off} = 1/2T_s$  [23]. Isyarat keluaran tapis selanjutnya dicuplik dengan pesat  $1/T_s$ . Untuk  $N$  interval waktu yang sama, kriteria  $p_i(t)$  diberikan oleh [23]

$$p_i(t) = \alpha_{ik} \quad (9)$$

dengan  $k \frac{T_p}{N} \leq t \leq (k+1) \frac{T_p}{N}$  dan  $0 \leq k \leq N-1$ . Nilai  $\alpha_{ik}$  menurut Mishali dan Eldar [23] dibangkitkan secara random dari dua nilai yang mungkin yaitu 1 atau -1. Meskipun banyak dibahas pada literatur, model MWC pada perangkat penerima untuk pencuplikan sub-Nyquist baru dibahas lebih detail oleh Zeng *et.al* [70]. Purwa-rupa (*prototype*) perangkat keras untuk MWC diusulkan dengan model *single channel modulated wideband converter* (SCMWC) yang diimplementasikan pada

papan *field programmable gate array* (FPGA) [71]. MWC juga dikembangkan dalam skema terdistribusi untuk keperluan aplikasi penginderaan spektrum secara terdistribusi [72].

### III. TINJAUAN PADA ESTIMASI BEBERAPA PARAMETER SECARA SIMULTAN

Seperti telah diutarakan di atas, dalam aplikasi penginderaan spektrum, kemampuan melakukan estimasi terhadap beberapa parameter (seperti sudut kedatangan dan frekuensi ataupun sudut kedatangan dan spektral daya) dari isyarat yang diterima secara simultan merupakan hal yang cukup penting. Bagian ini akan meninjau teknik-teknik estimasi terhadap frekuensi dan sudut kedatangan isyarat secara simultan ataupun estimasi terhadap spektral daya dan sudut kedatangan isyarat secara simultan. Tinjauan ini akan dilakukan dengan mempertimbangkan penggunaan sumber daya (*resources*), larik antenna, jenis algoritma estimasi, dan keluaran hasil estimasi.

#### A. Tinjauan dengan mempertimbangkan aspek kompresi

Dalam proses estimasi terhadap DoA dan frekuensi pembawa (*carrier frequency*) secara simultan ataupun terhadap DoA dan spektral daya (*power spectral density*, PSD) secara simultan, isyarat yang diterima akan dievaluasi pada dua ranah, yaitu ranah spasial dan ranah waktu, secara sekaligus. Dari teknik-teknik estimasi yang ada, ada beberapa teknik yang tidak melakukan kompresi pada kedua ranah dan ada pula teknik-teknik yang melakukan kompresi pada salah satu atau kedua ranah. Aspek kompresi dalam proses estimasi parameter-parameter ini bisa jadi memainkan peranan cukup penting karena dapat dikaitkan dengan konsumsi sumber daya seperti jumlah perangkat penerima yang diperlukan ataupun pesat pencuplikan pada perangkat ADC.

TABEL II. DAFTAR TEKNIK ESTIMASI DOA DAN FREKUENSI PEMBAWA SECARA SIMULTAN DAN TEKNIK ESTIMASI DOA DAN PSD SECARA SIMULTAN

Parameter yang diestimasi		Kompresi		Referensi
Ranah Frekuensi	Ranah Sudut	Ranah Waktu	Ranah Spasial	
frekuensi pembawa	DoA 1-D	X	X	[33], [35]
frekuensi pembawa	DoA 1-D	X	✓	[34]
frekuensi pembawa	DoA 1-D	✓	X	[40]
PSD	DoA 1-D	✓	✓	[7]
frekuensi pembawa	DoA 2-D	X	X	[41], [73]

DoA 1-D : satu dimensi (asimut saja atau elevasi saja)

DoA 2-D : dua dimensi (asimut dan elevasi)

Tabel II mengilustrasikan klasifikasi teknik estimasi DoA dan PSD secara simultan serta teknik estimasi DoA dan frekuensi pembawa secara simultan yang ada di literatur berdasarkan keberadaan proses kompresi pada ranah waktu dan/atau spasial. Hasil studi pustaka yang diringkaskan oleh Tabel II dapat dijadikan sebagai bahan untuk melakukan penelitian dengan melibatkan kompresi di ranah waktu dan spasial untuk mengestimasi spektral daya pada ranah frekuensi dan DoA 2-D.

#### B. Tinjauan dengan mempertimbangkan jenis larik antenna

Berbagai jenis larik antenna baik seragam (*uniform*) maupun tidak seragam (*non-uniform*) telah digunakan untuk melakukan estimasi DoA dan frekuensi secara simultan ataupun estimasi DoA dan PSD secara simultan. Secara umum, estimasi DoA 1-D (asimut) dan frekuensi (atau PSD) secara simultan menggunakan struktur larik antenna dasar linier atau ULA (tanpa kompresi) [33], [35], [40], dan struktur dengan kompresi spasial [7], [34]. Di lain pihak, proses estimasi DoA 2-D (sudut asimut dan elevasi) dan frekuensi (atau PSD) secara simultan umumnya menggunakan struktur larik antenna dasar planar (tanpa kompresi) seperti pada [41] dan [73]. Larik antenna seragam *rectangular* atau planar yang memiliki dimensi yang sama disebut dengan larik antenna persegi (*uniform square array* (USA)). Di samping itu, Kumar *et.al.*, mengusulkan penggabungan dua larik antenna linear, *nested* dan *sparse nested* [34], sehingga membentuk larik antenna *rectangular* tetapi struktur ini masih dipergunakan untuk melakukan estimasi frekuensi dan DoA 1-D secara bersamaan. Sejauh pengetahuan penulis, belum ada metode yang melakukan estimasi terhadap DoA 2-D dan frekuensi (atau PSD) secara bersamaan dengan melakukan kompresi pada ranah waktu dan spasial.

TABEL III. DAFTAR TEKNIK ESTIMASI DOA DAN FREKUENSI PEMBAWA SECARA SIMULTAN DAN TEKNIK ESTIMASI DOA DAN PSD SECARA SIMULTAN DALAM KAITANNYA DENGAN JENIS LARIK ANTENA YANG DIPAKAI

Parameter Ranah Sudut yang Diestimasi	Struktur Antena		Referensi
	Larik Antena Dasar	Modifikasi (Terkompresi spasial)	
DoA 1-D	ULA	-	[33], [35]
DoA 1-D	<i>Nested Array</i>	<i>Sparse Nested Array</i>	[34]
DoA 1-D	ULA	-	[40]
DoA 1-D	ULA	NULA (Non-ULA)	[7]
DoA 2-D	USA	-	[41], [73]

Tabel III mengilustrasikan klasifikasi teknik estimasi DoA dan PSD secara simultan serta teknik estimasi DoA dan frekuensi pembawa secara simultan yang ada di literatur berdasarkan jenis larik antenna yang dipakai. Untuk menghemat tempat, Tabel III hanya memberikan parameter ranah sudut yang diestimasi pada kolom pertama dan tidak menyediakan informasi mengenai parameter ranah frekuensi yang diestimasi (yang dapat ditemukan secara langsung pada sumber yang diberikan dalam kolom terakhir). Kolom Modifikasi mengilustrasikan apakah metode terkait melakukan kompresi pada ranah spasial yang pada akhirnya akan menghasilkan struktur larik antenna yang baru.

#### C. Tinjauan dengan mempertimbangkan algoritme yang dipakai

Algoritme yang menghasilkan kualitas hasil estimasi yang baik seringkali memiliki tingkat kompleksitas yang

cukup tinggi. Beberapa faktor yang menjadi pertimbangan dalam pemilihan algoritme dalam melakukan estimasi DoA dan frekuensi atau DoA dan PSD secara simultan di antaranya meliputi jarak antar sudut pada ranah sudut dan jarak antar antenna pada ranah spasial serta pengetahuan akan jumlah sumber yang dideteksi.

TABEL IV. DAFTAR TEKNIK ESTIMASI DOA DAN FREKUENSI PEMBAWA SECARA SIMULTAN DAN TEKNIK ESTIMASI DOA DAN PSD SECARA SIMULTAN DALAM KAITANNYA DENGAN ALGORITME DAN ASUMSI JUMLAH SUMBER YANG DIGUNAKAN

Asumsi Jumlah Sumber	Algoritma Estimasi DoA	Algoritma Estimasi Frekuensi atau PSD	Referensi
Diketahui	JAFE (ESPRIT-based)	JAFE (ESPRIT-based)	[33]
Diketahui	MDJAFE (ESPRIT-based)	MDJAFE (ESPRIT-based)	[35]
Diketahui	MUSIC	GE	[34]
Diketahui	ESPRIT	ESPRIT	[40]
Tidak diketahui	LS	LS	[7]
Diketahui	3-D Unitary ESPRIT	LS	[73]
Diketahui	3-D TLS Unitary ESPRIT	3-D TLS Unitary ESPRIT	[41]

Keterangan :

JAFE : *Joint angle-frequency estimation*

MDJAFE : *Multiple delay JAFE*

GE : *Generalized eigenvalue*

LS : *Least square*

TLS : *Total least square*

Jarak antar antenna yang terlalu dekat akan menyebabkan terjadinya fenomena *antenna coupling* yang dapat mengganggu proses estimasi. Di lain pihak, semakin kecil jarak antar DoA dua buah sumber, semakin sulit DoA kedua sumber tersebut untuk diestimasi karena plot hasil estimasi DoA seringkali akan mengidentifikasi kedua sumber tersebut sebagai satu sumber saja dengan satu DoA. Algoritma yang memiliki tingkat kompleksitas rendah seperti *classical beamforming* [61] dan LS [2] seringkali mengalami kesulitan untuk secara akurat mengestimasi DoA dari dua sumber yang terlalu berdekatan. Untuk menghasilkan estimasi DoA dengan resolusi tinggi yang dapat memisahkan dua atau lebih sumber dengan DoA yang berdekatan, metode berbasis *subspace* seperti MUSIC [16] dan ESPRIT [61] cukup populer untuk digunakan. Teknik *spatial smoothing* dapat pula dipakai apabila korelasi antar sumber sangat tinggi [61]. Teknik *spatial smoothing* juga menjadi bagian penting dalam proses estimasi DoA dengan larik *sparse* [2],[3],[5].

Algoritme berbasis *subspace* seperti MUSIC memerlukan keberadaan informasi jumlah sumber isyarat yang DoA-nya akan diestimasi pada sisi penerima. Pengetahuan ini penting untuk mengetahui *eigenvalue-eigenvalue* yang dapat dikaitkan dengan isyarat pengguna dan *eigenvalue-eigenvalue* yang dapat dikaitkan dengan derau pada proses dekomposisi *eigenvalue* yang menjadi

jantung dari MUSIC. Pada kondisi nyata, perangkat penerima tidak akan mengetahui jumlah sumber yang DoA-nya akan diestimasi. Dengan demikian, penerima perlu memiliki kemampuan untuk mendeteksi jumlah sumber sebelum mengestimasi nilai DoA dari sumber-sumber tersebut. Dua jenis algoritma deteksi jumlah sumber yang sering digunakan adalah *Akaike information criteria* (AIC) [74] serta *minimum description length* (MDL) yang diperkenalkan oleh Rissanen [70]. Kedua metode tersebut mengeksploitasi *eigenvalue-eigenvalue* dan *eigenvector-eigenvector* dari isyarat yang diterima oleh larik antenna. Sebaliknya algoritma seperti *classical beamforming* [61] dan LS [2], walau memiliki tingkat resolusi estimasi DoA yang lebih rendah dari MUSIC, tidak memerlukan keberadaan informasi jumlah sumber isyarat yang DoA-nya akan diestimasi pada sisi penerima. Tabel IV merangkum beberapa metode estimasi DoA dan frekuensi atau DoA dan PSD secara simultan dalam kaitannya dengan pengetahuan jumlah sumber isyarat pada sisi penerima.

#### IV. KESIMPULAN

Estimasi DoA dan frekuensi atau PSD secara simultan dapat diterapkan pada aplikasi penginderaan spektrum pita-lebar. Kompresi di ranah waktu dapat dilakukan untuk menurunkan pesat pencuplikan hingga di bawah pesat Nyquist guna mengurangi konsumsi daya pada proses pencuplikan. Di samping itu, kompresi di ranah spasial dapat diimplementasikan guna mengurangi jumlah antenna pada larik antenna dan perangkat penerima yang terkoneksi pada antenna-antenna tersebut. Dari hasil sampel-sampel digital yang diperoleh, proses estimasi DoA, estimasi frekuensi, estimasi PSD, maupun estimasi parameter-parameter tersebut secara simultan dapat dilakukan dengan melibatkan algoritma-algoritma estimasi seperti LS, MUSIC dan ESPRIT. Penggunaan algoritma deteksi sumber seperti AIC dan MDL perlu dipertimbangkan dan diteliti lebih lanjut pada estimasi DoA maupun pada estimasi DoA dan frekuensi atau PSD secara simultan.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] S. Haykin, *Cognitive dynamic systems: Perception-action cycle, radar, and radio*. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.
- [2] S. Shakeri, D. D. Ariananda, dan G. Leus, "Direction of arrival estimation using sparse ruler array design," *Proc. of the 13th IEEE International Workshop on Signal Process. Advances in Wireless Commun.*, Cesme, Turki, pp. 525-529, Juni 2012.
- [3] P. Pal dan P. P. Vaidyanathan, "Nested arrays: A novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 58, no. 8, pp. 4167-4181, Agustus 2010.
- [4] J. Li, D. Jiang, dan X. Zhang, "DOA estimation based on combined unitary ESPRIT for coprime MIMO radar," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 21, no. 1, pp. 96-99, Januari 2017.
- [5] P. Pal dan P.P. Vaidyanathan, "Coprime sampling and the MUSIC algorithm," *Proc. of IEEE Digital Signal Processing and Signal Processing Education Workshop*, Arizona, Amerika Serikat, pp. 289-294, Januari 2011.
- [6] M. Mishali dan Y.C. Eldar, "Blind multiband signal reconstruction: Compressed sensing for analog signals," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 57, no. 3, pp. 993-1009, Mar. 2009.
- [7] D.D. Ariananda, "*Compressive power spectral analysis: Ph.D Thesis*". Delft, The Netherlands: Technische Universiteit Delft, 2015.

- [8] Z. Tian, Y. Tafesse, dan B.M. Sadler, "Cyclic feature detection with sub-Nyquist sampling for wideband spectrum sensing," *IEEE J. Sel. Top. Signal Process.*, vol. 6, no. 1, pp. 58–69, Feb. 2012.
- [9] C.-P. Yen, Y. Tsai, dan X. Wang, "Wideband spectrum sensing based on sub-Nyquist sampling," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 61, no. 12, pp. 3028–3040, Juni 2013.
- [10] A. Lavrenko, F. Romer, G.D. Galdo, dan R. Thoma, "Multiband TDOA estimation from sub-Nyquist samples with distributed wideband sensing nodes," *Proc. of IEEE Global Conference on Signal and Information Processing*, Montreal, Kanada, pp. 96–100, Nopember 2017.
- [11] J.J. Caffery, "A new approach to the geometry of TOA location," *Proc. of IEEE Vehicular Technology Conference Fall*, Boston, Amerika Serikat, pp. 1943–1940, Sept. 2000.
- [12] J.A. Bazerque, G. Mateos, dan G.B. Giannakis, "Group-Lasso on splines for spectrum cartography," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 59, no. 10, pp. 4648–4663, Oktober 2011.
- [13] P. Stoica dan R. Moses, *Spectral analysis of signals*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, Inc., 2005.
- [14] S. Maleki, A. Pandharipande, dan G. Leus, "Energy-efficient distributed spectrum sensing for cognitive sensor networks," *IEEE Sensors Journal*, vol. 11, no. 3, pp. 565–573, Maret 2011.
- [15] D.D. Ariananda, D. Romero, dan G. Leus, "Cooperative compressive power spectrum estimation," *Proc. of the 2014 IEEE 8th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop*, A Coruna, Spanyol, pp. 97–100, Juni 2014.
- [16] R.O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 34, no. 3, pp. 276–280, Maret 1986.
- [17] Q. Shen, W. Liu, W. Cui, S. Wu, Y.D. Zhang, dan M.G. Amin, "Low-complexity direction-of-arrival estimation based on wideband co-prime arrays," *IEEE/ACM Trans. Audio Speech Lang. Process.*, vol. 23, no. 9, pp. 1445–1456, Sep. 2015.
- [18] K.M. Pasala dan E.M. Friel, "Mutual coupling effects and their reduction in wideband direction of arrival estimation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 30, no. 4, pp. 1116–1122, Okt. 1994.
- [19] M. Wax, T.J. Shan, dan T. Kailath, "Spatio-temporal spectral analysis by eigenstructure methods," *IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 32, no. 4, pp. 817–827, Agustus 1984.
- [20] H. Wang dan M. Kaveh, "Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wideband sources," *IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 33, no. 4, pp. 823–831, Agustus 1985.
- [21] B. Le, T.W. Rondeau, J.H. Read, dan T.W. Bostian, "Analog-to-digital converters," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 22, no. 6, pp. 69–77, Nopember 2005.
- [22] E.J. Candes, J. Romberg, dan T. Tao, "Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 489–509, Feb. 2006.
- [23] M. Mishali dan Y.C. Eldar, "From theory to practice: Sub-Nyquist sampling of sparse wideband analog signals," *IEEE J. Sel. Top. Signal Process.*, vol. 4, no. 2, pp. 375–391, April 2010.
- [24] J.A. Tropp dan A. Gilbert, "Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 53, no. 12, pp. 4655–4666, Dec. 2007.
- [25] J. A. Tropp, J. N. Laska, M. F. Duarte, J. K. Romberg, and R. G. Baraniuk, "Beyond Nyquist: Efficient sampling of sparse bandlimited signals," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 56, no. 1, pp. 520–544, Jan. 2010.
- [26] J.N. Laska, S. Kirolos, M.F. Duarte, T.S. Ragheb, R.G. Baraniuk, dan Y. Massoud, "Theory and implementation of an analog-to-information converter using random demodulation," *Proc. of IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, New Orleans, Amerika Serikat, pp. 1959–1962, May 2007.
- [27] F. Zeng, C. Li, dan Z. Tian, "Distributed compressive spectrum sensing in cooperative multihop cognitive networks," *IEEE Journal of Sel. Topics in Sig. Proc.*, vol. 5, no. 1, pp. 37–48, Feb. 2011.
- [28] S. Kirolos, T. Ragheb, J. Laska, M. F. Duarte, Y. Massoud, dan R. G. Baraniuk, "Practical issues in implementing analog-to-information converters," *Proc. of the 6th International Workshop on System-on-Chip for Real-Time Applications*, Cairo, Mesir, pp. 141–146, Desember 2016.
- [29] H.N.P. Wisudawan, R. Hidayat, dan D.D. Ariananda, "Two dimensional angle of arrival estimation using minimum sparse ruler based rectangular array of antennas," *Proc. of the 9th International Conference on Information Technology and Electrical Engineering*, Phuket, Thailand, pp. 1–6, Oktober 2016.
- [30] P. Heidenreich, A.M. Zoubir, dan M. Rubsamen, "Joint 2-D DOA estimation and phase calibration for uniform rectangular arrays," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 60, no. 9, pp. 4683–4693, Sep. 2012.
- [31] P. Pal dan P.P. Vaidyanathan, "Nested arrays in two dimensions, Part II: Application in two dimensional array processing," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 60, no. 9, pp. 4706–4718, Sep. 2012.
- [32] J.-F. Gu, W.-P. Zhu, dan M.N.S. Swamy, "Joint 2-D DOA estimation via sparse L-shaped array," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 63, no. 5, pp. 1171–1182, Mar. 2015.
- [33] A.N. Lemma, A. van der Veen, dan E.F. Deprettere, "Analysis of joint angle-frequency estimation using ESPRIT," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, no. 5, pp. 1264–1283, Mei 2003.
- [34] A. A. Kumar, S. G. Razul, and C.-M. S. See, "Carrier frequency and direction of arrival estimation with nested sub-Nyquist sensor array receiver," *Proc. of the 23rd European Signal Processing Conference*, Nice, France, pp. 1167–1171, Sep. 2015.
- [35] W. Xudong, "Joint angle and frequency estimation using multiple-delay output based on ESPRIT," *EURASIP Journal on Advances in Signal Process.*, vol. 2010, Desember 2010.
- [36] F. Mrabti, M. Elhajjaji, dan M. Zouak, "Performance analysis of joint DOA/TOA estimator," *Signal Process.*, vol. 84, no. 8, pp. 1359–1365, Agustus 2004.
- [37] F. Wang, X. Zhang, dan F. Wang, "Joint estimation of TOA and DOA in IR-UWB system using a successive MUSIC Algorithm," *Wireless Personal Communications*, vol. 77, no. 4, pp. 2445–2464, Agustus 2014.
- [38] Y. Fu dan Z. Tian, "Cramer–Rao bounds for hybrid TOA/DOA-based location estimation in sensor networks," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 16, no. 8, pp. 655–658, Agustus 2009.
- [39] M.D. Zoltowski dan C. P. Mathews, "Real-time frequency and 2-D angle estimation with sub-Nyquist spatio-temporal sampling," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 42, no. 10, pp. 2781–2794, Oktober 1994.
- [40] S.S. Ioushua, O. Yair, D. Cohen, dan Y. C. Eldar, "CaSCADE: Compressed carrier and DOA estimation," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 65, no. 10, pp. 2645–2658, Mei 2017.
- [41] P. Strobach, "Total least squares phased averaging and 3-D ESPRIT for joint azimuth-elevation-carrier estimation," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 49, no. 1, pp. 54–62, Jan. 2001.
- [42] T. Yucek dan H. Arslan, "A survey of spectrum sensing algorithms for cognitive radio applications," *IEEE Commun. Surv. Tutor.*, vol. 11, no. 1, pp. 116–130, Maret 2009.
- [43] B. Wang dan K.J.R. Liu, "Advances in cognitive radio networks: A survey," *IEEE J. Sel. Top. Signal Process.*, vol. 5, no. 1, pp. 5–23, Feb. 2011.
- [44] Y. Zeng, Y.-C. Liang, A. T. Hoang, dan R. Zhang, "A review on spectrum sensing for cognitive radio: Challenges and solutions," *EURASIP J. Adv. Signal Process.*, vol. 2010, Desember 2010.
- [45] H. Sun, A. Nallanathan, C.-X. Wang, dan Y. Chen, "Wideband spectrum sensing for cognitive radio networks: A survey," *IEEE Wireless Commun.*, vol. 20, no. 2, pp. 74–81, April 2013.
- [46] P. Paysarvi-Hoseini dan N. C. Beaulieu, "Optimal wideband spectrum sensing framework for cognitive radio systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 59, no. 3, pp. 1170–1182, Mar. 2011.
- [47] E. J. Candes dan M. B. Wakin, "An introduction to compressive sampling," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, no. 2, pp. 21–30, Maret 2008.
- [48] S. K. Sharma, E. Lagunas, S. Chatzinotas, dan B. Ottersten, "Application of compressive sensing in cognitive radio communications: A survey," *IEEE Communications Surv. Tutor.*, vol. 18, no. 3, pp. 1838–1860, 2016.
- [49] D. L. Donoho, "Compressed sensing," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, April 2006.
- [50] S. F. Cotter, B. D. Rao, K. Engan, dan K. Kreutz-Delgado, "Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 53, no. 7, pp. 2477–2488, July 2005.

- [51] R. Tibshirani, "Regression shrinkage and selection via the Lasso," *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, vol. 58, pp. 267–288, 1996.
- [52] E. J. Candes dan T. Tao, "Decoding by Linear Programming," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 12, pp. 4203–4215, Desember 2005.
- [53] R. Venkataramani dan Y. Bresler, "Optimal sub-Nyquist nonuniform sampling and reconstruction for multiband signals," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 49, no. 10, pp. 2301–2313, Oktober 2001.
- [54] S.P. Chepuri, "*Sparse sensing for statistical inference: Theory, algorithms, and applications: Ph.D Thesis.*" Delft, The Netherlands: Technische Universiteit Delft, 2016.
- [55] Y. Wang, G. Leus, dan A. Pandharipande, "Direction estimation using compressive sampling array processing," *Proc. of the IEEE/SP 15th Workshop on Statistical Signal Processing*, Cardiff, United Kingdom, pp. 626-629, September 2009.
- [56] A. Moffet, "Minimum-redundancy linear arrays," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 16, no. 2, pp. 172–175, Maret 1968.
- [57] D. Romero, D. D. Ariananda, Z. Tian, dan G. Leus, "Compressive covariance sensing: Structure-based compressive sensing beyond sparsity," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 33, no. 1, pp. 78–93, Jan. 2016.
- [58] B. Steinberg, "Radar imaging from a distorted array: The radio camera algorithm and experiments," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 29, no. 5, pp. 740–748, September 1981.
- [59] R. Feger, S. Schuster, S. Scheiblhofer, dan A. Stelzer, "Sparse antenna array design and combined range and angle estimation for FMCW radar sensors," *Proc. of the IEEE Radar Conference*, Rome, Italy, pp. 1–6, Mei 2008.
- [60] W. Roberts, L. Xu, J. Li, dan P. Stoica, "Sparse antenna array design for MIMO active sensing applications," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 59, no. 3, pp. 846–858, Mar. 2011.
- [61] H. L. Van Trees, *Optimum array processing*. New York: Wiley, 2002.
- [62] P. Pal dan P. P. Vaidyanathan, "Nested-arrays in two dimensions, Part I: Geometrical considerations," *IEEE Trans. on Signal Process.*, vol. 60, no. 9, pp. 4694–4705, September 2012.
- [63] R. Rajamaki dan V. Koivunen, "Sparse linear nested array for active sensing," *Proc. of 25 European Signal Processing Conference*, Kos, Greece, pp. 1976-1980, September 2017
- [64] P. P. Vaidyanathan dan P. Pal, "Sparse coprime sensing with multidimensional lattice arrays," *Proc. of IEEE Digital Signal Processing and Signal Processing Education Workshop*, Arizona, Amerika Serikat, pp. 425-430, Januari 2011.
- [65] C.-L. Liu dan P. P. Vaidyanathan, "Super nested arrays: Linear sparse arrays with reduced mutual coupling - Part I: Fundamentals," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 64, no. 15, pp. 3997–4012, Agustus 2016.
- [66] M. Yang, A. M. Haimovich, X. Yuan, L. Sun, dan B. Chen, "A unified array geometry composed of multiple identical subarrays with hole-free difference coarrays for underdetermined DoA estimation," *IEEE Access*, vol. 6, pp. 14238–14254, 2018.
- [67] J. Wang, H. Xu, G. J. T. Leus, dan G. A. E. Vandenbosch, "Experimental assessment of the co-array concept for DoA estimation in wireless communications," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 66, no. 6, pp. 3064–3075, Juni 2018.
- [68] H. Landau, "Necessary density conditions for sampling and interpolation of certain entire functions," *Acta Math*, 1967
- [69] J. Yoo, S. Becker, M. Monge, M. Loh, E. Candes, dan A. Emami-Neyestanak, "Design and implementation of a fully integrated compressed-sensing signal acquisition system," *Proc. of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Kyoto, Jepang, pp. 5325-5328, Maret 2012.
- [70] S. Zheng dan X. Yang, "Wideband spectrum sensing in modulated wideband converter based cognitive radio system," *Proc. of International Symposium on Communications and Information Technologies*, Hangzhou, China, pp. 114–119, Oktober 2011.
- [71] W. Liu, Z. Huang, X. Wang, dan W. Sun, "Design of a single channel modulated wideband converter for wideband spectrum sensing: Theory, architecture and hardware implementation," *Sensors*, vol. 17, no. 5, p. 1035, Mei 2017.
- [72] Z. Xu, Z. Li, dan J. Li, "Broadband cooperative spectrum sensing based on distributed modulated wideband Converter," *Sensors*, vol. 16, no. 10, p. 1602, September 2016.
- [73] M. Haardt dan J. A. Nettek, "3-D unitary ESPRIT for joint 2-D angle and carrier estimation," *Proc. of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Munich, Jerman, vol. 1, pp. 255–258, April 1997.
- [74] M. Wax dan T. Kailath, "Detection of signals by information theoretic criteria," *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, vol. 33, no. 2, pp. 387–392, Apr. 1985.